

天然物質の強靱性：硬・柔の組み合わせの妙 —真珠層とクモの巣を例として—

奥村 剛* 〈お茶の水女子大学大学院 112-8610 東京都文京区大塚 2-1-1 e-mail: okumura@phys.ocha.ac.jp〉

自然界に存在する丈夫な物質は精緻な内部構造を持っていることが多く、特に、硬いものと柔らかいものが組み合わされていることが多い。その典型として、歯や骨と並んで、古くから研究されている物質は真珠の表面にある真珠層という物質である。この物質は硬い層と柔らかい層が積層する層状構造体である。真珠層は美しいだけでなく丈夫なのだ。本解説では、古典的な亀裂の弾性論の本質を次元解析を道具としてわかりやすくレビューしたのちに、真珠層が丈夫な理由をシンプルなモデルを使って明らかにする。さらに、真珠層と同様に硬いものと柔らかいもの（具体的には、強い縦糸と弱い横糸）を組み合わせ形成されているクモの巣の丈夫さについてもシンプルなモデルを使って議論する。

1. 破壊力学とは

お手数ではあるがいなくなった一枚の A4 サイズの紙を手にして、紙の両端をしっかりと引っ張ってみたい（図 1 左）。意外に丈夫であることに気付くはずだ。次に、その紙の真ん中あたりに先ほど引っ張った方向と垂直にカッターで数センチの直線の切り込みを入れてから、先ほどと同じ方向に引っ張ってみてほしい（図 1 右）。すると、紙は切り込みの先端から簡単に破れ始めてしまうはずだ。

カッターで入れた切り込みを破壊力学では**線状亀裂**と呼ぶ。切り込みを入れると簡単に破れたのは、線状亀裂の先端では、手で紙の端に与えた応力が著しく増大しているからである。この現象を**亀裂先端での応力集中**という。

この現象のために亀裂が入ってしまった材料は「弱く」なる。それでは、物を丈夫にしたいければ、亀裂を無くせばよいということになるが現実にはそう簡単ではない。例えば表面に入った引っかき傷も立派な亀裂であり、材料内部には目には見えない小さな「亀裂」が存在するのが常である。¹⁾ つまり、現実的には、亀裂が入ってしまったものを壊れないように使わざるをえない。そこで、**亀裂が存在する材料はどんな条件に達すると壊れてしまうのか**を調べておきたい。これが**破壊力学の基本的精神**である。

そこで重要になるのが、亀裂を有する材料に外部から応力がかかったときの応力や歪の分布である。なぜなら、先ほどのように応力は亀裂の先端で大きくなっているからで

ある。では、この応力集中についてももう少し詳しく調べてみよう。

2. 応力集中

まず、線状亀裂のある十分に大きな板を引っ張ったときを考える。なお、簡単のために、**応力や歪などのテンソル性は無視し、その特徴的大きさだけに着目することにする**。今、知りたいのは亀裂の周りの応力 σ であるから、この量を亀裂の先端からの距離 r の関数として数式で表すことにする。一方、この問題を定義している物理量は、亀裂の大きさ a 、亀裂から十分離れたところでの引っ張りの大きさを表す遠方応力 σ_0 しかない。²⁾ したがって、 $\sigma(r) = \sigma_0 f_1(a/r)$ の形をしているはずである。 $r \ll a$ の極限では無次元関数 $f_1(a/r)$ があるべき乗に従うと要求してみよう。すると、

$$\sigma(r) = \sigma_0 (a/r)^\alpha \quad (r \ll a) \quad (1)$$

という形が予測される。応力 $\sigma(r)$ は亀裂から十分離れたと遠方での値 σ_0 になっているはずだが、上の形は（当初の適用範囲を超えているが）亀裂先端から亀裂のサイズ程度離れたと ($r \simeq a$)、 $\sigma(r)$ が遠方での値 σ_0 に戻っていくことも表していて好都合だ。

上の予測は、線形弾性体と単純な非線形弾性体（もしくはそうみなせるある種の弾塑性体）に対しては厳密に正しいことが知られており、後で示すように指数 α は正の値をとる。線形弾性体の場合には $\alpha = 1/2$ である。³⁾ つまり、数学的には亀裂先端では応力は発散する。これが**応力集中の数学的表現**である。

現実には、このような連続体としての記述は、原子のスケールでは成立しない。つまり、ミクロなスケールに移行していくと式 (1) はやがて破たんする（あるいはその前に材料が降伏する）ので、上述の数学的発散は物理的には生じない。

3. グリフィス (Griffith) 条件

破壊力学は、亀裂を有する材料がどんな条件で破壊するかを調べることを基本精神としていることを述べた。このためにある種の熱力学的条件を仮定することで破壊力学が

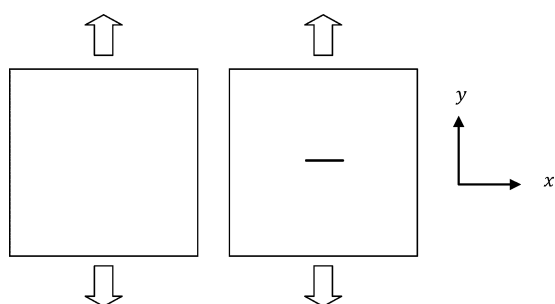


図 1 シート状の材料を引っ張ると亀裂のない場合（左）とある場合（右）では、後者の方が破れやすい。

* 兼 お茶の水女子大学理学部物理学科

誕生した。これについて説明しよう。

図1に戻って、左右の状態を比べてみよう。簡単のためシート状の試料は線形弾性体であるとし、シートが亀裂長に対して十分に大きいとする。亀裂が存在しない左側の場合、シート全体に一律な応力と歪が生じている。左から右の状態に準静的過程を通して移行できると仮想的に考えると、亀裂を作るためには何らかのつながりのあるものを切断していくわけであるからエネルギーが必要となる。この意味で新しく亀裂表面を作っていくために必要な単位面積あたりのエネルギーを**破壊表面エネルギー**と呼び以下では γ と表す。したがって、破壊が準静的に進行していくには、何らかの形でエネルギーが供給されなければならない。そこですぐに気付くのは、切断によって弾性のエネルギーが解放されるということである。1920年にグリフィスは、この二つのエネルギー（の亀裂長変化に対する上昇率）がバランスするときに破壊が進行し始めるという破壊条件を提唱した。これが破壊力学の始まりであり、**線形破壊力学のエッセンス**である。

もう少し定量的に考えるために、図1の左右の状態を振り返ってみよう。亀裂がない左の一樣状態での単位体積あたりの弾性エネルギーを w_0 とすると、これは線形弾性の範囲内では弾性率を E とすると σ_0^2/E にスケールする。この状態から右の状態に至るために長さ a の亀裂を作り出すためには（シートの単位厚みあたり） $2\gamma a$ のエネルギーが必要である（破断面は上下に2枚できることに注意）。グリフィスの考えによれば、このエネルギーは弾性エネルギー w_0 が亀裂の周りで解放されることで供給される。このエネルギー解放が起こる領域は、もっとも簡単に考えると（シートの単位厚みあたり） a^2 である（亀裂から十分に離れたところでは応力と歪は一樣な値に回復しており解放が起こっていないことと、今の問題を定義する特徴的な長さスケールが亀裂長 a しかないことに着目すればよい）。つまり、グリフィスの考えでは、亀裂進展が始まる限界状態（ $\sigma_0=\sigma_f$ ）で $\Delta(w_0 a^2)\simeq\Delta(2\gamma a)$ が成り立つ（ Δ は微小変化を表す）。したがって、**グリフィスの破壊応力** σ_f は

$$\sigma_f\simeq\sqrt{E\gamma/a} \quad (2)$$

で与えられる。

この式は、亀裂が存在する材料がどんな条件に達すると壊れてしまうのかを明確に表している。同じ材質であれば（ E と γ が同じならば）、亀裂が大きいほど破壊応力が小さいことを意味しており、**冒頭の紙を使った実験の結果の説明を与えている**。さらに破壊応力を大きくするためには弾性率と破壊エネルギーを大きくすればよいことも分かる。

以上の議論では、簡単のためにシートサイズが亀裂長に対して十分に大きいとして、また、シートの厚みは亀裂長よりも十分に小さいとしたために、理論式からシートサイズの情報が落ちている。そうでない場合、シートの縦、横、厚みが、 L, W, T であるならば上式は無次元関数

$f_2(L/a, W/a, T/a, \nu)$ を使って（ ν はポアソン比²⁾）,

$$\sigma_f=f_2(L/a, W/a, T/a, \nu)\sqrt{E\gamma/a} \quad (3)$$

の形に修正することができる。逆に、式(3)から出発すれば、十分大きくて十分に薄い試料に有限の大きさ a の亀裂があるときには、「常識的には」 $L, W(\gg a), T(\ll a)$ のスケールが理論から落ちて、⁴⁾式(2)が出てくるとみなすことができる（正確に言うと、式(2)で省略されている数値係数はポアソン比によっている）。別の言い方をすると、式(2)は、破壊応力 σ_f を与える物理的パラメーターが弾性率 E 、破壊表面エネルギー γ 、亀裂長 a しかないとするれば、次元解析から自動的に出てくる（特にこの問題で重要な長さスケールが a であることを浮き彫りにしている）。

式(3)の関数 $f_2(L/a, W/a, T/a, \nu)$ は線形弾性論の範囲内ではいろいろな状況で解析的あるいは近似的に表現することができる。つまり、式(1)や後出の式(4)の例のように特徴的長さスケールが一つだけになっていなくても理論的な式が得られる。したがって、（スケールの分離はできないが）実験がしやすいように、数センチ程度のサイズの試料にそれと同程度の数センチ程度の亀裂を作って破壊応力を測定し、弾性率とポアソン比の測定結果を合わせることで、破壊エネルギー γ を求めることができる。破壊エネルギーが分かっているれば、船や建造物に使われる大きな材料に対しても式(3)を使って（あるいはこれを数値的に評価して）破壊応力 σ_f を予測できるようにもなる。これは工学的に大変に意味のあることである（実際には、原理的には等価であるが、 σ_f に着目するのではなく、後述のように応力拡大係数や J 積分、あるいは、亀裂開口変位のいずれかに着目して破壊条件を予測することが多い）。

4. 応力集中（再び）

ここで、応力集中を表す式(1)において、線形弾性に対しては $\alpha=1/2$ となることの物理的な意味を考えてみよう。ここでは論文⁵⁾にならって次元解析を活用してみる。このために破壊が進行する臨界状態での亀裂近傍の応力について式(1)をもとに考えてみる。この式における σ_0 は臨界状態では破壊応力に達しているため式(2)に置き換えてよいので $\sigma(r)\simeq\sqrt{E\gamma/a}(a/r)^\alpha$ が得られる。ここで、この臨界状態では、 $\sigma(r)$ が亀裂近傍のごく近傍（ $r\ll a$ ）では、 a に依存しなくなると期待するのは大変自然である。実際、そのように要求すると、式(1)において $\alpha=1/2$ が帰結される。つまり、 $\alpha=1/2$ という指数は、**破壊進行の臨界状態で亀裂近傍の応力場は亀裂長に無関係になるという原理に対応する**。実際、後述のように、この原理は非線形破壊力学でも有効に働く。

もう一つの例として、試料の縦方向のサイズ L に比べ横方向のサイズ W が非常に大きい（ $L\ll W$ ）シート状の試料（ $L\gg T$ ）に図2のような亀裂が生じている場合について考えよう。ただし、シートの上端と下端に一定の変位（そ

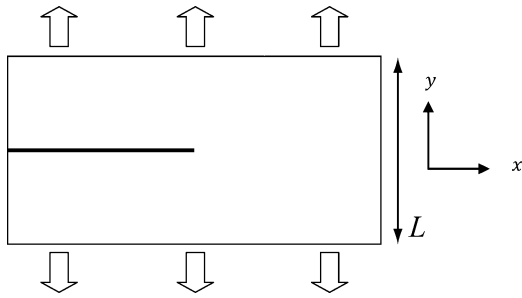


図2 横長のシート試料に亀裂が入っている場合。

れぞれ $u_0 \approx \sigma_0 L/E$ と $-u_0$ が課されているとする。この場合には亀裂の先端から「十分に離れて」しまえば、右側では一様応力、左側ではゼロ応力状態になっているはずである。いま「十分に離れて」は、理論を規定する相応しいパラメーターと比べてという意味であるから、(W は無限大とみなせるので) このスケールは L に違いない (実際、変位場の境界条件を陽に書き出しても、その条件に長さのスケールは L しかでてこない)。つまり、式 (1) は次式に置き換えられる。

$$\sigma(r) = \sigma_0 (L/r)^\alpha \quad (r \ll L) \quad (4)$$

一方、亀裂が進むと右側の一様応力状態の部分がその分減り、左側のゼロ応力状態はその分増えるから、この場合のグリフィス条件は、 $\Delta(w_0 L a) \approx \Delta(2\gamma a)$ となり、式 (2) は、

$$\sigma_f \approx \sqrt{E\gamma/L} \quad (5)$$

で置き換えられる (ここで、亀裂長 $a \approx w/2 \gg L$)。この式は、破壊応力 σ_f を与える物理的パラメーターが弾性率 E 、破壊表面エネルギー γ 、試料の縦方向のサイズ L しかないことを表現している。さらに、式 (4) と式 (5) を用いて本節の冒頭の $\alpha = 1/2$ を帰結した議論を繰り返せば、

$$\sigma(r) = \sigma_0 \sqrt{L/r} \quad (r \ll L) \quad (6)$$

を得る。ここで、重要な長さスケールが、先程の例では亀裂長 a であったのに、今の例では (亀裂長が無限大とみなせるために) 試料のサイズ L に入れ替わっている点を強調しておく。

5. 応力拡大係数、破壊靱性、エネルギー解放率

いままでに物理的に説明してきたことがらを線形弾性破壊力学のスタンダードとなっている用語を説明しながらまとめてみよう。グリフィスの議論で出てきた亀裂進展に伴うエネルギーの解放は、(単位厚みあたりの) 弾性エネルギーから外力のした仕事を引いた「弾性ポテンシャルエネルギー」 Π を用いて議論できる。すなわち、**エネルギー解放率**を

$$G = -d\Pi/da \quad (7)$$

で定義する。⁶⁾ なお、亀裂に比べて試料が十分に大きく、

かつ平面応力条件の場合には、遠方応力 σ_0 、ヤング率 E 、亀裂長 $2a (=a)$ を用いて $\Pi = \Pi_0 - \pi\sigma_0^2 a^2/E$ となる (Π_0 は亀裂が存在しないときのエネルギーを表す)。

このエネルギー解放率を使えば、グリフィスの条件はこの解放率がある臨界値 G_c に達したときに開始すると表現できる。この臨界値は当然 $G_c = 2\gamma$ となる。また、式 (1) は、しばしば、 $\sigma(r) = K_I/\sqrt{r}$ ($r \ll a$) と表記される。この係数 K_I は、(モード I の) **応力拡大係数**と呼ばれ、⁷⁾ 試料が十分大きい場合には、 $K_I \approx \sigma_0 \sqrt{a}$ で与えられる。この係数を使うと、グリフィス条件は、 K_I が $K_{IC} \approx \sqrt{EG_c}$ で定められる臨界値 K_{IC} に達することと表現できる。

この限界値 K_{IC} は、 G_c (あるいは破壊表面エネルギー γ) とともに、**破壊靱性 (Fracture toughness) の目安**として使われる。工学的な文脈では、前述のように実験で扱いやすい数センチのサンプルで G_c あるいは K_{IC} を求めておいて、同じ材質で作成しようとしている建造物等の場合の K_I を何らかの方法で理論的に評価して、 $K_I \leq K_{IC}$ となるように設計を行ったりする。

なお、金属材料は延性を持ち通常は線形弾性物質とはみなせない。しかし、亀裂の大きさ ($\approx a$) に比べて塑性変形領域が小さければ (小規模降伏状態)、**金属材料にも線形弾性破壊力学が適用できる**。つまりマクロな亀裂に対しては、金属に対しても式 (3) が成立することが古くから知られている (Irwin-Orowan の拡張理論)。これは、今までの議論によれば、塑性領域に比べて、破壊によるエネルギー解放の領域 ($\approx a^2$) が大きくなれば、塑性に関するエネルギーが相対的に無視できるようになるからと理解できる。

6. 非線形破壊力学

線形破壊力学の一番簡単な拡張は、応力 σ と歪 e の関係を (e_1 と k を定数として)

$$\sigma = \begin{cases} k(e/e_1) & e \leq e_1 \\ k(e/e_1)^{1/n} & e > e_1 \end{cases} \quad (8)$$

と非線形にすることである。このモデルでも除荷 (unloading) がないという条件のもとでは弾塑性物質も扱うことができる (提唱者 Hutchinson, Rice, Rosengren の頭文字から HRR 理論とも呼ばれる)。この場合、亀裂に比べて試料が十分大きい場合、亀裂先端での応力集中は、

$$\sigma(r) = \sigma_0 (a/r)^{1/(1+n)} \quad (r \ll a) \quad (9)$$

となる ($n=1$ とすれば線形の結果が再現される)。この文脈では式 (7) で定義されたエネルギー解放率は J 積分と呼ばれる。この量が亀裂周りの線積分に書き換えられ、積分経路に依存しない量であることが知られている。この性質は、前述の $K_I \leq K_{IC}$ を拡張した $J \leq J_c$ という破壊条件を考える場合にも利用される。

7. ナマコの骨片と単純格子モデル

式 (9) は、第 4 節で述べた原理を使うと容易に再導出で

きる。その詳細は論文8にゆずることにして、ここでは、この論文で示されている式(9)をもとにした応力集中に関するスケーリング法則について述べる。

図3のような、歯ごたえのあるナマコの体に分散している骨片を考えてみよう。この物質はたくさんのボイドを持った構造をしている。後に詳しく述べる真珠層に限らず自然界に見られる丈夫な構造はこのように何らかの構造を持っていることがほとんどである。例えば、歯や骨も複雑な階層構造を持っている。これらの物質に対して、連続体記述に基づく応力集中という概念はどのくらい役立つだろうか？ この問題を考えるために式(9)に立ち戻ってみよう。たとえ複雑な内部構造を持った物質でも、階層構造の一番上の階層での特徴的スケール d よりも十分に大きなスケールでは連続体として記述ができるので式(9)は有効である。つまり、亀裂長を a 、亀裂先端からの距離を r とすれば $d \ll r \ll a$ の領域では式(9)が成立する。別の言い方をすると、式(9)は r を小さくしていくと破たんし、そのカットオフスケールが d である。したがって、応力集中はそのスケールでカットオフされると考えるのは大変自然である。つまり、亀裂先端での最大応力 σ_M は次の値にカットオフされると推測できる。

$$\sigma_M \simeq \sigma_0 (a/d)^{1/(1+n)} \quad (10)$$

さらに、亀裂先端での応力が物質固有の値に近づくと破壊が進行し始めると考えると、特徴的スケール d が大きいほど最大応力が抑えられて丈夫になるという予測も成り立つ。これは、自然界の丈夫な物質の多くが階層構造や特徴的な構造を持つ理由の一つとみなせるのではないか？ つまり、まだ直接に示されているわけではないが、ナマコが前述のような多孔構造をとるのも（以下に正当化される）式(10)のためであると解釈することも可能なのではないだろうか？

では、式(10)を定量的に正当化してみよう。このために我々は非常にシンプルな2次元ネットワークモデルを使ったシミュレーションを行った。⁸⁾ このモデルでは、図3のように $N \times N$ 個の点 $\mathbf{X}_{ij}$ を初期状態で、2次元正方格子状に配置し、これらの点をそれぞれの4つの最近接点 $\mathbf{X}_{ij}^{(s)}$

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_{ij}^{(1)} &= \mathbf{X}_{i+1,j}, & \mathbf{X}_{ij}^{(2)} &= \mathbf{X}_{i,j+1} \\ \mathbf{X}_{ij}^{(3)} &= \mathbf{X}_{i-1,j}, & \mathbf{X}_{ij}^{(4)} &= \mathbf{X}_{i,j-1} \end{aligned} \quad (11)$$

と自然長 d （またはゼロ）の非線形バネでつないである。

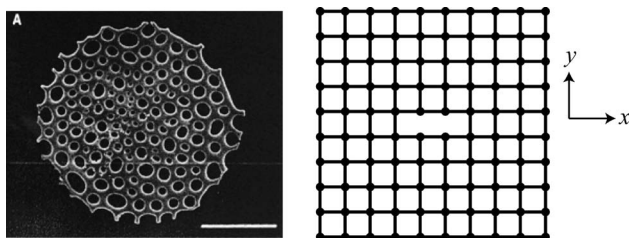


図3 ナマコの骨片（文献9より許可を得て転載）と単純格子モデル。

すなわち、点 $\mathbf{X}_{ij}$ に働く α (x または y) 方向の力は

$$F_{i,j,\alpha} = \sum_{s=1}^4 k(i,j,s) (\mathbf{X}_{ij}^{(s)} - \mathbf{X}_{ij} - \mathbf{l}^{(s)})_{\alpha}^{1/n} \quad (12)$$

で与えられるとする（ここでは、負の数 $\mathbf{X}$ の $1/n$ 乗は $-(-\mathbf{X})^{1/n}$ とする）。ただし、ベクトル $\mathbf{l}^{(s)}$ は次式で与えられるものとする。

$$\begin{aligned} \mathbf{l}^{(1)} &= (d, 0), & \mathbf{l}^{(2)} &= (0, d) \\ \mathbf{l}^{(3)} &= (-d, 0), & \mathbf{l}^{(4)} &= (0, -d) \end{aligned} \quad (13)$$

非線形ばね定数 $k(i,j,s)$ は境界を除いては一定の値にしておく。ただし、中央のばねを図3のようにいくつか切断しておく（ばね定数をゼロと置く）ことで、「線状亀裂」を導入する。この状態で、両端に一定の大きさの変位を与えて、つりあいの状態を計算機で実現することができる。こうして得られたつりあい状態で亀裂近傍の応力を調べてみると図4のように期待通り亀裂の先端で（応）力が最大となる。われわれは式(10)をこのモデルにおいて検証するために、（マクロに見たときの弾性率が同一になるように配慮しつつ）この（規格化された）最大応力 σ_M/σ_0 が格子間隔 d （あるいは d/a ）の変化に伴いどう変化するかをシミュレーションにより調べた。その結果、図4右のように、有限サイズ効果の影響を無視すれば、（数値係数を除いて）正確に式(10)が成立することを確認した。¹¹⁾

このモデルでは、式(12)のように、力の x 方向と y 方向は独立であるが、例えば、ある格子点Aの右隣の格子点Bが上に動くとき格子点Aは上向きの力を受けるようになっており（例えば、式(12)で、 $\alpha=y, s=1$ の項に相当する自然長ゼロのばねの効果がこれに相当）、せん断の効果も反映されている。また、この非線形モデルを45度回転させた上で x 方向に亀裂を入れたシミュレーションをしても、また、通常の x 方向と y 方向が結合した場合の計算をしても、本質的に結果が変わらないことも確認済である。つまり、スケーリング法則(10)を検証するには、このモデルでも十分なのである。それどころか、ある意味では、このモデルを使った方が、むしろより明快に議論ができる。¹²⁾

なお、式(10)が確認されたということは間接的に式(9)のHRR特異性が数値的に検証されたとみなせる。一般的

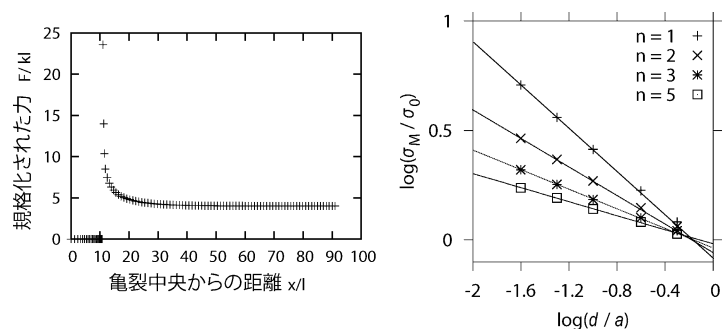


図4（左）単純格子モデルにおける（応）力集中の様子。規格化された力が最大となっている場所が亀裂の右端に相当。それより左側は亀裂表面なので値はゼロとなっている。文献10より許可を得て転載。（右）スケーリング法則(10)の検証。文献8より許可を得て転載。

に図4のような格子モデルの計算結果から特異性のべき指数を直接出すことには多くの困難が伴う。したがって、ここで用いた、**格子モデルでの最大カットオフに着目することで数値計算からべき指数を抽出する**という方法は、一般性があると思われるためここで指摘しておく。

8. 真珠層とは

真珠層とは、真珠の表面を形成している層状の物質である。図5左の拡大写真からも推測できるように、ごく大雑把にいうと0.5ミクロン程度の炭酸カルシウムのもろくて硬い層が、その100分の一程度の厚みの柔らかいたんぱく質の層で張り合わされた構造をしている。真珠層は、真珠表面以外にもアワビなどの貝殻の内側にあって、その光の波長程度の内部構造によって美しい輝きを作り出している天然の精巧な構造を持った物質である。

真珠層は見かけが美しいだけでなく、貝を外敵から守るための強靱性も有している。単体の炭酸カルシウムと比べてみると、体積分率にしてわずか数パーセントの柔らかい物質を取り込んで積層構造をとることにより、その破壊エネルギーが数千倍になることが知られている。この事情から生物模擬学のプロトタイプの物質として盛んに研究されてきており、その強靱性についても多くの可能性が検討されてきている。¹³⁾ すでに、材料力学、計算力学などの工学的センスに基づいた研究は数多く存在する。ここではこれらの研究とは一線を画しているわれわれのアプローチを紹介しよう。すなわち、物理屋のセンスでシンプルなミニマムモデルをもとに行った真珠層の研究を紹介する。

9. 真珠層の単純モデル

真珠層のミニマムモデルとして、図5右のように、厚み d_h の硬い層が、それより十分に薄い厚み d_s を持った柔らかい層と積層構造をなしているとしてみよう。したがって、厚みの比 $\varepsilon_d = d_s/d_h$ は1よりも十分に小さいとする。また、硬い層と柔らかい層の弾性率の特徴的大きさをそれぞれ E_h と E_s とする。これらの比 $\varepsilon_E = E_s/E_h$ も1よりも十分に小さいとする。ただし、二つの微小パラメーターの比 $\varepsilon = \varepsilon_E/\varepsilon_d$ は1より十分に小さい。実際に、 ε_d は1/50程度であり、 E_h と E_s はそれぞれ50 GPaとMPaの程度であるから、¹⁴⁾

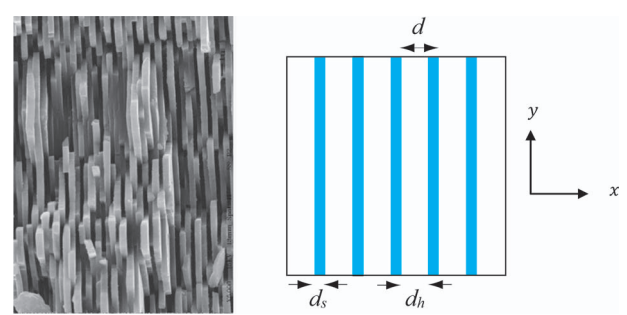


図5 真珠層の拡大写真 [D. Katti 教授提供] (左) とモデルの概念図: 青い部分が柔らかい層。写真に見えている板の厚さは0.5ミクロン程度。

解説 天然物質の強靱性: 硬・柔の組み合わせの妙

この仮定は現実の真珠層に対しても妥当なものである (ε は 1/1,000 程度)。

このような構造体に図1のようにx軸に平行な亀裂が入っているとして、y軸方向に引っ張ったときに亀裂近傍に生じる応力集中について考えよう。亀裂近傍の変形状態は図6左のようになると考えられる。あるいは、図6中央の図のように引っ張ったときは硬い層の伸びが変形を決めて、図6一番右の図のようにせん断をかけたときには柔らかい層が変形を決めるといってもよい。つまり、重要な基本変形は、y軸方向の**硬い層の伸長と柔らかい層のずり変形(せん断変形)**である。このような考えはシア・ラグモデルとしても知られていたようである。なお、ここでは、柔らかい層と硬い層の界面は接着性が高く、界面での滑りや剥離は生じない範囲で考えることでモデルを簡素化している。

われわれは、このような状況下では、柔らかい層が柔らかい極限 ($\varepsilon_E \rightarrow 0$) を考えると、**となりあった硬い層はほとんど独立に振る舞う**と予測し、そのような極限では**応力集中が起こりにくくなる**と考えた。これが、われわれの提案してきた「真珠層が丈夫な物理的理由」の本質である(図6左の**亀裂が左に進行しよう**とすると、一番左に書かれている硬い板を亀裂がない状態(応力集中がない状態)から壊さなくてはいけない)。

このことを物理モデルによって説明するために我々は ε が1より小さい極限で層状構造体の弾性エネルギーを書き表し、変位場の性質を調べた。¹⁵⁾ すると、直感的にも期待されるようにy軸方向の変位 u がx軸方向の変位よりも十分に大きいことが示された。そして、単位体積あたりのエネルギーが

$$f \simeq E_h(\partial u/\partial y)^2 + \varepsilon E_h(\partial u/\partial x)^2 \tag{14}$$

の形をしていることが分かった。確かに、第一項目が硬い層の伸長、第二項目が柔らかい層のせん断変形に相当している。この式からy軸方向の変位 u は**非等方的なラプラス方程式を満たす**ことも分かる。その式は

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial \tilde{x}^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)u = 0 \tag{15}$$

で与えられ、ここに現れる変数 x は

$$\tilde{x} = x/\sqrt{\varepsilon} \tag{16}$$

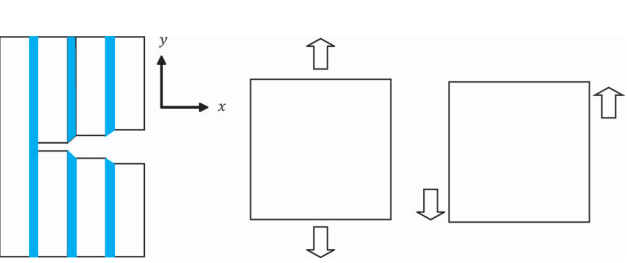


図6 左はy軸方向に引っ張ったときの亀裂先端での変位の様子。右は重要な二つの基本変形。

のようにリスケールされた変数である。

これは、通常の等方的な弾性論において変位場が重調和方程式を満たすことと対照的である。つまりこのモデルの変位場を調べることは適切な境界条件のもとにラプラス方程式を解くことに帰着される。

現在までに、図7に示した二つの境界条件に対する境界値問題が完全に解かれている。^{15,16)} なお、線状亀裂が存在する境界値問題では、亀裂が存在する線上(図7右では $y=0$ かつ $|x|<a$)が特異になり、その線上で変位場が不連続になる点に注意が必要である。

得られている解析解の亀裂先端近傍での表現を陽に書き出してみると、 ε が1より小さい極限では、 $y=0^+$ での応力と歪が

$$u_y(y=0^+) \simeq u_0 \sqrt{\tilde{r}/L}, \quad \sigma_{yy}(y=0^+) \simeq \sigma_0 \sqrt{L/\tilde{r}} \quad (17)$$

と表されることが分かっている。¹⁷⁾ ここで $\tilde{r}$ は式(16)と同様にリスケールされた亀裂先端からの距離 r である。式(17)と式(6)を比べると、層状構造を考えた前者は、そうでない後者に比べて $\varepsilon^{1/4}$ という1よりも小さい因子分だけ小さくなっている。これは、期待通り、**亀裂先端での応力集中が弱められている**ことを示している。

変位場の方は逆に $1/\varepsilon^{1/4}$ という因子だけ増大していることがいえるが、この二つの因子から、破壊エネルギーが $1/\sqrt{\varepsilon}$ だけ増大することがいえる。このことをもとにすると、以下のように、現実と同様の数千倍の破壊エネルギーの増加が見込まれる。¹⁵⁾ まず比較の対象となる硬い層だけからなる単体の破壊応力 σ_h を見積もってみよう。単体の硬い層にある欠陥の特徴的サイズを a_h とし、これらの欠陥が微小亀裂となって破壊応力が決定されると考えてみると、式(2)より $\sigma_h \simeq \sqrt{E_h \gamma_h / a_h}$ となる。ここで、 E_h と γ_h は硬い層単体の弾性率と破壊表面エネルギーである。さらに、式(10)を推測したときと同様に考えれば、式(17)中の応力の表現は層状構造の周期のスケール d でカットオフされるので、このカットオフ値(最大値) $\sigma_0 \sqrt{\varepsilon L / d}$ が σ_h にマッチしたときに亀裂が進行すると考えてみよう。このときの σ_0 が真珠層の破壊応力 σ_F となるので($\sigma_F = \sigma_0$)、 $\sigma_F = \varepsilon^{-1/4} \sqrt{d/L} \sigma_h$ を得る。この式と式(5)を今の場合にかきなおした式 $\sigma_F \simeq \sqrt{E_h \gamma / L}$ から、真珠層の破壊エネルギー γ を求めると $\gamma \simeq \varepsilon^{-1/2} (d/a_h) \gamma_h$ を得る。大雑把には、 d は1ミクロンで a_h は柔らかい層程度の厚みなので d/a_h は100、 ε

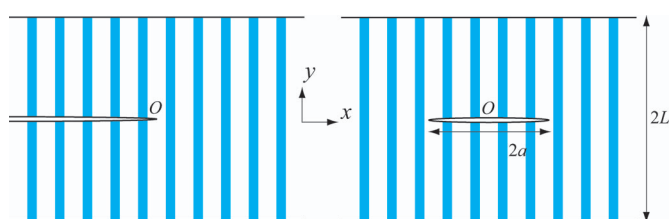


図7 解析解が得られている二つの境界値問題。いずれも、上下端($y=\pm L$)での変位(の絶対値)は一定の値 u_0 に固定、亀裂上での応力はゼロ、という境界条件が課されている。

は1/1,000と考えられるので、真珠層の破壊エネルギー γ は硬い層単体の破壊エネルギー γ_h の数千倍程度であることが帰結される。つまり、**応力集中の減少、および、その内部構造によるカットオフによる最大応力の抑制によって真珠層の強靱性を説明できる。**

10. 真珠層の単純格子モデル

真珠層の単純モデルは ε が1より小さい極限を考えてモデル構築されており、それによって図6の振舞い、あるいは式(14)が出てくる。この点を全く別の立場から正当化し、また、応力集中の減退が起こる物理的起源をさらに明らかにするために、前述の単純格子モデルを使ってシミュレーションの研究を行ってみた。¹⁸⁾ 式(12)のばね定数を強弱の2種類導入して層状構造を反映して、同様に線状亀裂を導入してつりあい状態の応力と変位について調べてみた。

図8左はこれを説明するもので、白い格子点が柔らかい層に対応し、これらに直接つながっているばねは弱いばねになっており、中央の硬い層に相当するばねを2本取り除くことで、「線状亀裂」を導入している。図8右(a)、(b)は、亀裂の先端を「柔らかい層」のどの部分に位置させるかの違いを示しているが、以下の結論は、本質的には、この違いにはよらない。

シミュレーションの結果を図9に示す。このモデルは、式(12)の単純格子モデル同様、力の x 方向と y 方向が独立なモデルである。しかし、図9左では、図6のように柔らかい層は強いせん断変形に相当する変形をしている。つまり、マクロに見たときのせん断変形は、柔らかい層のせん断変形(柔らかい層を構成するばねの伸長)で支配されている。一方、硬い層の変形は(亀裂表面ではせん断的な変形が見られるが)亀裂表面から離れると伸長変形が支配的になっているはずである。つまり、式(14)のエネルギーと定性的に整合する変形がみられる。

この変形の様子から、**柔らかい層がよく変形していて、その分、硬い層の変形が抑制されている**ことが分かる。一方、応力を支配しているのは硬い層なので、硬い層の変形が抑制されれば、**応力集中も弱まる**はずである。これがこのシミュレーションを通して分かった**応力集中の物理的メカニズム**である。実際に、このシミュレーション結果の示す応力集中の減少の様子は、定性的に解析解の予想と整合

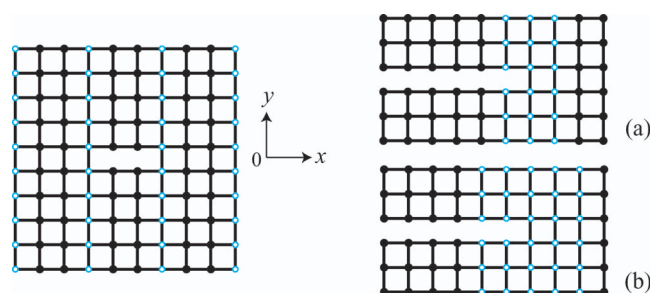


図8 真珠層の単純格子モデル(左)と線状亀裂の右端部分の拡大図(右)。

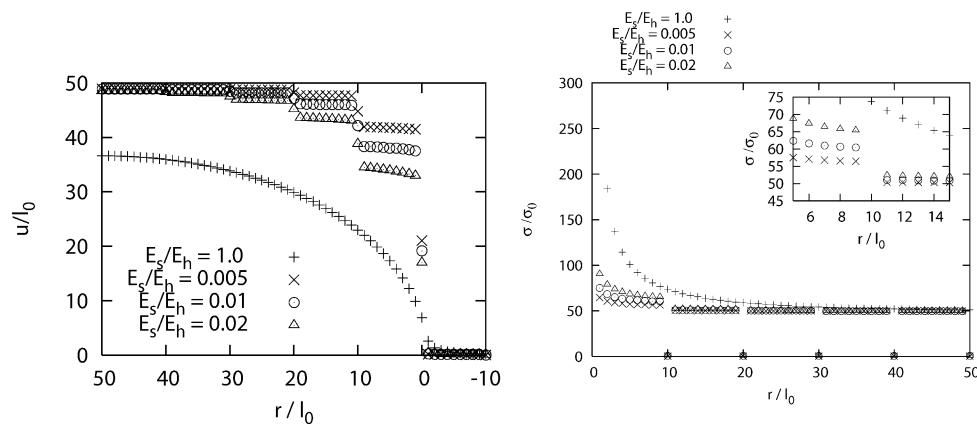


図9 真珠層の単純格子モデルにおける亀裂近傍の変位と応力。横軸は亀裂先端からの x 軸方向の距離を柔らかい層の厚み l_0 で規格化した量を表す。硬い層の厚みは l_0 の9倍となっている。亀裂は左の変位の図では $r/l_0=100$ から0にあるのに対し、右の図では $r/l_0=-100$ から0に亀裂があることに注意。文献18より許可を得て転載。

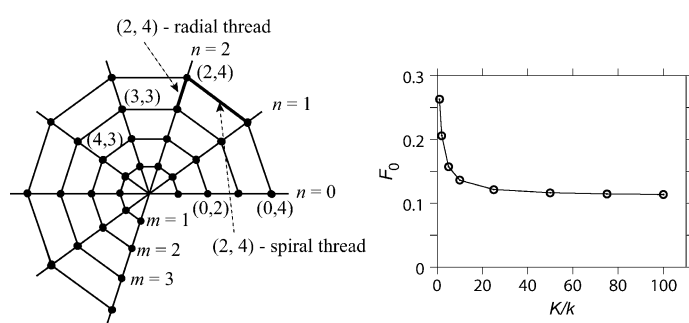


図10 クモの巣の単純モデル(左)と最大力 F_0 と縦糸と横糸の強さの比 K/k の関係(右)。この計算では K を固定して k を変化させている。文献19より許可を得て転載。

することも確かめられている(定量的な比較のためには計算機上で $d \ll a \ll L$ (L は試料サイズ)の条件を満たす大きな計算をする必要がある)。

11. クモの巣の単純モデル

真珠層は、驚くほど精巧な構造を持った丈夫な物質であるが、身近にあるクモの巣もまたしかりである。実際、クモの糸は複雑な階層構造を持ちきわめて丈夫な糸であることは盛んに研究されてきている。しかし、もう少しマクロな視点で、クモの巣全体を構造物としてみるとどうだろうか？ とても軽い構造物ではあるが、何本かの糸が取れてしまっても立派に餌食をとらえるネットとして機能しているような気がする。さらに、クモの巣は、強く丈夫な縦糸と弱くて柔らかい横糸から形成されており、硬いものと柔らかいものの組み合わせという点で真珠層と似ている。このような着眼から、この問題に物理屋のミニマムモデルで挑んだ研究を紹介しよう。¹⁹⁾

このモデルは図10のように、初期状態における格子点 $\mathbf{X}_{n,m}$ の (θ, r) 座標を $\mathbf{X}_{n,m} = (2n\pi/N, mL)$ のようにとる。動径方向に走る縦糸を N 本、円周方向にまわる横糸を M 本とするので、 $n=0, 1, 2, \dots, N-1, m=1, 2, \dots, M$ となる。格子点 $\mathbf{X}_{n,m}$ と $\mathbf{X}_{n,m-1}$ をつなぐ糸を「 (n, m) 成分の横糸」、 $\mathbf{X}_{n,m}$ と $\mathbf{X}_{n-1,m}$ をつなぐ糸を「 (n, m) 成分の縦糸」と定義し、 (n, m) 成分の縦糸の自然長はすべて L 、 (n, m) 成分の横糸の自然長 l_m は m に依存して $l_m = 2mL \sin(\pi/N)$ で与えら

れるものとする。縦糸の長さはどの要素も同じなので、ばね定数 $\bar{K} = K/L$ は要素によらないとする。しかし、横糸は要素により長さが違うので、通常の線形ばねのように、ばね定数が長さに反比例すると考え、 (n, m) 成分の横糸のばね定数を $\bar{k}_m = k/l_m$ とおく。クモの巣においては縦糸が横糸よりも強く、 $K > k$ であることが知られている。 $F_{n,m}$ と $f_{n,m}$ をそれぞれ (n, m) 要素の縦糸と横糸に働く力と定義しておく。

実際のクモの巣の糸は少し引っ張られた状態で張られており、全体に張りを持った状態で獲物を待ち構える。これを模倣するために上のように準備してきた格子モデルを相似拡大する。この状況下で、糸にかかる力 $F_{n,m}$ は隣接3項間の漸化式で表現できる(連分数解を求めることもできる)。クモの巣の糸の一部がなくなってしまった場合には、対称性が破れて解析解は利用できなくなる。しかし、今までの単純格子モデルのようにシミュレーションを用いてつりあいの状態を調べることができる。

この単純クモの巣モデルの丈夫さについて論じるために、われわれは系内に現れる最大力に着目した。クモの巣は最大力が現れている場所から壊れはじめるのが自然だからである(より現実的には、獲物がかかったときに現れる最大力を判断基準にするべきであるが、それは研究の次のステップである)。この意味で、最大力の小ささは丈夫さの尺度とみなせる。シミュレーション(あるいは解析解の数値評価)の結果、少なくともクモの巣に欠陥がない場合は、最大力は一番外側の縦糸に現れることが分かった。このことは、前述の漸化式を立ててみれば、すぐに了解できる。外側に行くにつれ縦糸には横糸に働く張力の動径成分が蓄積されていくのだ。さらに、この最大力をばね定数の比 K/k に対してプロットしてみたのが図10右である。その結果、この比は実際のクモの巣のように1より大きくなるにつれて減少していき、この値が10程度になるとそれ以上はあまり変わらなくなる。面白いことに、実際のクモの巣での K/k の値も10程度である。²⁰⁾ところで、 K/k の比を大きくするため、クモは2種類の全く性質の異なる糸を作るための工夫をしていると思われる。このことを考えると、苦労してこの比を少し変えてもほとんどメリット

がなければもはやそれ以上に K/k の比を大きくする努力はしないと思われる. この意味で, **クモの巣の縦糸と横糸の硬さの比はクモの巣に現れる最大力を抑えるために最適化**されているらしい.

クモの巣はいろいろな場所, スペースに張ることができた方が望ましく, その場所を良く通過する獲物の大きさに合わせた網の目のサイズのものを張ることができた方が望ましいはずだ. そこで, われわれは, 縦糸の本数 N と横糸の本数 M によって最大力がどのように変化するかも調べてみた. すると K/k の値を大きくしておいた方が, 最大力の N や M に関する依存性が弱くなることが分かった. つまり, **クモの巣は丈夫さを損なうことなく状況に応じて縦糸や横糸の本数を変更できる**らしい.

さらに, クモの巣の横糸の要素のいくつかがなくなってしまっている場合の力の分布についても調べた. その結果, K/k の比が 10 程度あれば最大力にはほとんど変化が生じないことも分かった. つまり, **少数の横糸がなくなってしまってもクモの巣の丈夫さには影響がない**らしい. これは, クモの巣という構造物が基本的に縦糸によって保持されている構造であり, 横糸がそれをもとに獲物をとらえるためのパーツとして張り巡らされているものだからということができる. したがって, 縦糸の要素は一つでもなくなってしまえば巣の形は大きく変化してしまう. これらのこともあり, **クモの巣においては応力集中という「常識」は全く通用しない**ことが分かる.

12. 終わりに

物理屋の多くはシンプルで美しくて普遍的なものが好きだ. そしてそれは大抵何らかの極限操作を通して現れる. 高エネルギーの極限には, 根源を理解したい人間の欲求とともに素粒子の世界が広がっている. 極微の極限には, 応用への可能性も大きく膨らませながら量子の世界が広がっている. また, 自由度が極限的に多くて, 特定のパラメーターが臨界値に近い極限では, 驚くべき普遍性があらわになることもある.

ところが日常見られる現象や会社の製品開発や工場で起こっている厄介な問題はどうか? 一見, 物理屋には手も足も出ないような複雑な問題に見える. そのような問題に常にアンテナを張り, そこから新しい物理を次々に創生していく. それが私が直接見た故ドゥジェンヌ博士 (de Gennes) の姿だった.²¹⁾ 彼の柱となる戦略は, 極限を考えて, そこをきちんと押さえて物理的本質をつかむことだった. 彼が実例をもって示してきたように, 身近な現象や「泥臭い」現象においても, **実験パラメーターの極限操作を意識的に**行うことで, **シンプルで美しい物理的本質**が明らかにできることも多いのだ.²²⁾ 彼はこの方法を絵画になぞらえて**印象派の精神**と呼んだ. 複雑な対象にこの方法で臨むことを実によく形容しているが, 方法論の本質は**物理の正攻法**といえるのではないか.

今後, ソフトマター物理学者をはじめとする多くの物理屋が, 既成の分野の概念にとらわれず, このような考えで, 多くの身の回りの現象や「泥臭い」開発現場で問題になっている事柄にも取り組んでいき, **物理の無限の可能性が広く世界に示される**ことを願っている (これは物理屋の好むシンプルで美しいものが身近な世界にも転がっていることを物理屋自身が認識することでもある). 本稿では, その何がしかの参考となることも願って, ドゥジェンヌから直接もらった種をもとにこの精神を広い意味で展開してきた研究の一例を紹介した. 本稿を書くきっかけをつくっていただいた福田順一氏, ならびに, 口絵の執筆を勧めてくださった宮崎州正氏に深く感謝する. 最後に, 私の素朴な質問に鋭く反応して研究の発展を支えてくれた過去から現在に至る研究室メンバーすべてに (特に, 本稿については青柳裕子氏, 中川聡子氏, 濱本由香里氏) 感謝して筆を置く.

参考文献

1) グリフィスは, すでに 1920 年頃に, ガラス棒を加熱して引き延ばし, つぎつぎに細い繊維を作ることにより, ガラス繊維が急激に破壊に対して強くなることを見出している. これは細い繊維では表面にできる表面の引っかかり傷も小さいものに制限されるからと考えられる. (J. E. ゴードン著, 土井恒成訳『強さの秘密』(丸善) 参照.)

2) 遠方で一定の大きさの歪 e を与えたときには σ_0 は次元として Ee で与えられていると考えても本質は変わらない (E は弾性率の大きさ). 弾性率に関しては, 等方的な場合, 一つの弾性率 (例えばヤング率) と (大きさ 1 程度の) 無次元パラメーターであるポアソン比 ν を与えれば十分なので, 次元解析的には弾性率の大きさを一つ与えれば十分であることに注意.

3) T. L. Anderson: *Fracture Mechanics—Fundamentals and Applications* (CRC Press, Boca Raton, FL, 1995).

4) この「常識」が破れてしまう場合は, 「異常次元」として臨界現象やくりこみの理解にも重要であるが (N. Goldenfeld: *Lectures on Phase Transitions and the Renormalization Group* (Addison Wesley, 1992) など), ここでは「常識」が通用する.

5) K. Okumura: *Europhys. Lett.* **67** (2004) 470.

6) 第 3 節で弾性エネルギーと言っているのは厳密には弾性ポテンシャルエネルギーである. 亀裂を含めた全エネルギーは (単位厚みあたり), 亀裂中央での開口変位を u_1 として
$$F \simeq E(u_1/a)^2 a^2 - \sigma u_1 a + \gamma a$$
(18)という構造をしている. これを u_1 によって最小化するとフックの法則 $\sigma \simeq E u_1/a$ が帰結し, この最小値をさらに a で最小化するとグリフィスの式 (2) が出てくる (P. G. de Gennes: *Europhys. Lett.* **13** (1990) 709). 慣れた人にはこの議論の方がエレガントだろう.

7) 線形弾性論の範囲内では, 亀裂に比べて十分に大きな試料の場合, 応力のテンソル成分は, 完全に解くことができ, 「薄板極限 (平面応力)」と「厚板極限 (平面歪)」の場合には亀裂先端からの距離 r と方位角 θ の 2 次元座標の関数として与えられている. この場合に, 応力のかけ方 (モード) が 3 種類が考えられ, その一番単純なものがモード I と呼ばれる.

8) Y. Aoyanagi and K. Okumura: *J. Phys. Soc. Jpn.* **78** (2009) 034402.

9) R. B. Emler: *Biol. Bull.* **163** (1982) 264.

10) S. Nakagawa and K. Okumura: *J. Phys. Soc. Jpn.* **76** (2007) 114801.

11) 図 4 右において, σ_M/σ_0 が 1 になる点は非線形性 (n) によらずに $\log(d/a)$ が -0.25 付近になっている. これは, 亀裂が格子間隔の (ごく大雑把に) 2 倍程度になるともう応力集中が全く起こらなくなことを意味する. ある意味, 亀裂が直線亀裂として意味をなさなくなってしまうので非常に自然な結果といえる.

12) 実は, 図 4 左は, x 方向と y 方向が独立ではない線形ばねモデルに基づいているため, 図 4 左をよく見てみると (引っ張りがないときには亀裂の先端は $x=20l$ であるが), 亀裂の先端が $x=20l$ より大きく左にずれ, 見かけの亀裂が小さくなっている. このために式 (9) の d とし

てはもとのメッシュサイズを使うよりも、亀裂近傍での短くなっている有効メッシュサイズを使った方が式 (9) がよく成り立つ。¹⁰⁾ しかし、 x 方向と y 方向が独立な場合、亀裂の先端が引っ張りによって左右に移動することがないので有効メッシュサイズを導入する必要がなく、むしろよりダイレクトに式 (9) がよく検証できる。

13) H. J. Gao, B. H. Ji, I. L. Jager, E. Artz and P. Fratzl: Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A. **100** (2003) 5597.

14) 柔らかい層の弾性率を測定するのは大変難しく報告値には大きく幅がある。ここでは柔らかい層を通常のゲルとみなした値を仮定している。柔らかい層のゲルの振舞いは、例えば次の論文にも報告されている。T. Sumitomo, H. Kakisawa, Y. Owaki and Y. Kagawa: J. Mater. Res. **23** (2008) 3213.

15) K. Okumura and P.-G. de Gennes: Eur. Phys. J. E **4** (2001) 121.

16) Y. Hamamoto and K. Okumura: Phys. Rev. E **78** (2008) 026118.

17) $\sqrt{\epsilon}$ が a/L より大きくなると応力集中の減少が起らず、より変位が増大されるが、破壊エネルギーの増加の程度は次元としては変わらないことが示されている。

18) Y. Aoyanagi and K. Okumura: Phys. Rev. E **79** (2009) 066108.

19) Y. Aoyanagi and K. Okumura: Phys. Rev. Lett. **104** (2010) 038102; featured in, P. Ball: Nat. Mater. **9** (2010) 190.

20) M. S. Alam, M. A. Wahab and C. H. Jenkins: Mech. Mater. **39** (2007) 145.

21) 奥村 剛: 日本物理学会誌 **62** (2007) 634.

22) 『高分子の物理学』(吉岡書店), 『表面張力の物理学』(吉岡書店) など。

著者紹介
奥村 剛氏: 量子場の理論をベースとして、物性理論、非平衡量子統計力学、化学物理などの分野で理論研究を行ったのち、ドゥジェンヌ研究室で印象派物理学に目覚めてソフトマター物理学の研究を開始して現在に至る。最近、印象派物理学の実践のために研究室の学生とともに破壊・濡れ・粉粒体の実験研究も展開している。

(2010 年 7 月 31 日原稿受付)

**Toughening Materials by Exploiting Soft-Hard Combination
—From Nacre to Spider Webs**

Ko Okumura

abstract: Tough materials found in nature tend to have characteristic internal structures. For example, nacre which covers the surface of pearl possesses a layered structure composed of soft and hard elements. Nacre is not only beautiful but also strong! We review here a simple view on the toughening mechanism of nacre, together with that of spider webs which are also made up of soft and hard elements, *i.e.*, hard radial threads and soft spiral threads. We begin our discussion with a review on the standard fracture mechanics, putting stress on dimensional analysis.



光第 2 高調波顕微鏡で観る分域構造

上江洲由晃
横田 紘子

〈早稲田大学先進理工学研究所 169-8555 東京都新宿区大久保 3-4-1 e-mail: uesu93@waseda.jp〉
〈東京大学大学院工学系研究科 113-8656 東京都文京区本郷 7-3-1 e-mail: yokota@bioeng.t.u-tokyo.ac.jp〉

光第 2 高調波は、レーザーと物質との非線形相互作用の結果、基本波の 2 倍の周波数をもつコヒーレントな光が発生する現象である。この効果が、強誘電体、磁性体、その双方の物性が共存するマルチフェロイック物質の分域観察にユニークな知見を与えることが明らかにされてきた。また無機物質にとどまらず生体物質、特に筋肉を構成する線維構造の観察もこの現象を利用して行われるようになっていく。これらに関して最新の研究結果を報告する。

1. はじめに

自発分極 P_s 、自発磁化 M_s 、自発歪 x_s をもち、それぞれに共役な外場である電場 E 、磁場 H 、応力 X によって符号が反転する物質群をフェロイック物質と呼んでいる。これらの物質は温度を上げるとその特性が消失する転移温度が存在するが、その下では大きさは同じで方位が異なる自発値をもついくつかの分域 (強誘電分域、磁区、強弾性分域) が発現する。¹⁾ 自発値の外場依存性は履歴を示すが、それは外場によって多分域状態が単分域になっていく過程である。最近 P_s - H と M_s - E のクロス相関が着目をあび、電場によって磁化率や磁化の方位を変え、逆に磁場によって誘電率や分極の方位を変えることのできるマルチフェロイック物質の研究が盛んに行われるようになってきた。²⁾

分域構造は高対称相から低対称相に相転移したとき、失われる対称要素によって関係づけられている。したがって

分域構造の観察は対称性に関する重要な知見を与えるが、それだけではなく、秩序変数の実態とその相互作用を通して相転移機構を解明する有力な実験手段を提供する。一方、応用分野でも分域を積極的に制御したドメインエンジニアリングが注目を集め、特に周期性反転分極構造を利用したレーザー光の高効率波長変換素子の開発が活発に行われている。³⁾

このような状況にあって分域構造を正確に観察する重要性がますます高くなってきている。最近には特に走査型プローブ顕微鏡 (SPM) の発達で nm スケールの観察ができるようになってきた。しかしながら SPM ではできない試料内部の分域構造を非破壊で観察したいという要求は大きい。また分域構造はサイズ効果を示し、サイズが小さくなればなるほど分域幅も小さくなるという現象が普遍的に観察されている。⁴⁾ したがって実験手段の特徴を生かしたそれぞ