

# 滴の融合：表面張力が駆動する流体動力学の一例として

Keyword: スケーリング現象論

## 1. はじめに

最近、アメリカ物理学会の流体部門の年会は発表件数の増加が著しい。2012年10月の同年会では30近くの平行セッションが組まれ、多くの参加者が聴きたい講演を求めて次から次へと会場を走り回っていた。この中でもDrops, Bubbles関連のセッションは大人気で多くの立ち見が出ていた。このように滴やバブルの物理は世界的にみると現代物理学のホットなテーマの一つである。

滴やバブルの物理がこのように盛んになっている理由には、解析理論が着実に進んできていること、流体物理学者が柔軟にスケーリング理論を受け入れてきていること、そして、高速カメラの普及などがある。また、滴やバブルの動力学の理解は、生物学における細胞や天文学における銀河団の融合や分裂などへの関連等アカデミックな側面もさることながら、幅広い応用にも結び付いている。今日、少量の液体の制御に基づいた工業的応用が幅広い分野で行われている。例えば、インクジェット印刷技術は、文字の印刷を超えた応用に展開し、DNAチップの製造などを通し、医学、生物、製薬、化学の分野で重要な応用技術となっている。つまり、上記のような活況の背景には工学系や企業の研究者たちの関心の高まりも反映している。本稿では、厳しいページ制限の中、数あるトピックスの中から滴の融合に焦点を絞って、この分野フレイバーを分野外の研究者にも親しみやすい形で紹介する。

## 2. 滴の融合

雨粒が水たまりに落ちると、滴は水たまりに同化していく。この現象は、基本的には、液滴が液槽と同化することで表面エネルギー（単位面積当たり $\gamma$ とする）が下がるために生じる。この融合現象を、液滴が初速度を持たないように工夫して、高速カメラで観察したのが図1の連続写真である。<sup>1)</sup>ここでは、2つのピペットの先に滴を保持してそれらを接触させることで滴が融合を起こしている。この連続写真から、二つの滴の間に首（ネック）のような連結部分ができてその半径が増大していく様子が分かる。

理論的に詳細な予言は1999年にEggersらによってなされているが、ここでは次元解析的にスケーリング現象理論を構築してみよう。駆動力は表面張力であり、これに抗するのが慣性と粘性である。単位時間当たりのエネルギー変化を見積もってみよう。ネックの半径を $r$ とすると、ネックの長さが短いときにはネックができたことにより $r^2$ 程度、滴の表面積が減るので、単位時間あたりには $\dot{E}_\gamma = \gamma r^2/t$

程度エネルギーが減少する。その分は粘性散逸されるか、あるいは運動エネルギーになる。

ネックが接触した直後は運動している領域が微小であるため粘性散逸が支配的になる。初期には滴は殆ど点接触をしていて長さスケールは $r$ しかないの、単位時間あたりには $\dot{E}_\eta = \eta(V/r)^2 r^3$ 程度になる。ただし、 $\eta$ は粘性係数、 $V$ はネックの成長速度で $V \sim r/t$ の程度であり、単位時間・単位体積当たりの粘性散逸が $\eta(V/r)^2$ にスケールすることを使った。

その後、運動する部分が大きくなってきてネックができ、運動エネルギーも効いてくる。この時、運動している部分はネックの部分であるが、ネックの長さは滴の半径を $R$ とすると $r^2/R$ 程度となる。従って、液体密度を $\rho$ とすると単位時間あたりの運動エネルギー変化は $\dot{E}_\rho = \rho r^2 (r^2/R) V^2/t$ 程度である。

以上の議論から、融合の初期は表面エネルギー減少分が粘性に散逸されるという理解が得られ、 $\dot{E}_\gamma \sim \dot{E}_\eta$ から初期には $r \sim \gamma t/\eta$ が予言される（実はEggersらはこの議論にlog補

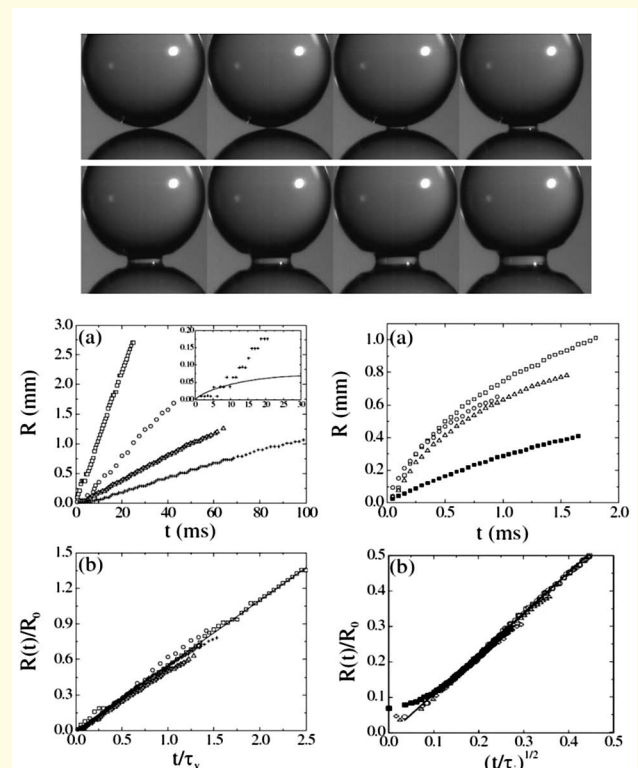


図1 高速カメラで捉えた水滴の融合の瞬間。毎秒11,200コマで撮影。下段左と右は、それぞれ粘性領域と慣性領域における実験と理論の一致をデータコラプスの形で示している。APSの許可を得て文献1 ©2005より転載。

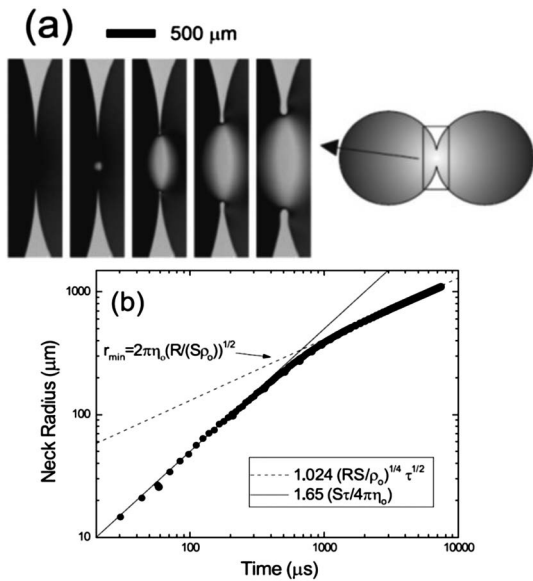


図2 水面に浮いた2次元な油の滴の融合の様子を高速カメラで捉えたもの。約1ミリ秒ごとに撮影。下のグラフは粘性-慣性クロスオーバーを捉えたグラフ。APSの許可を得て文献2 ©2007より転載。

正があることを示唆しているが、実験的にはいまだ確認されていない。同様にして、後期には表面エネルギーが運動エネルギーになり、 $\dot{E}_\gamma \sim \dot{E}_p$  から  $r \sim (\gamma R/\rho)^{1/4} t^{1/2}$  が予想される。

これらの法則が実は広い範囲で成り立つことを示したのが図1の下段のグラフである。その左では、水滴ではなく粘性の高い液体（シリコン油）を使い、粘性領域を広げることで式  $r \sim \gamma t/\eta$  が成り立っていることを示している。この式を滴の半径を  $R_0$ 、ネックのサイズを  $R$  と書き直して両辺を  $R_0$  で割って無次元化すると、 $\tau_v = \eta R_0/\gamma$  を導入して  $R/R_0 \sim t/\tau_v$  と書ける。従って、上側の  $R-t$  のグラフを  $R/R_0 - t/\tau_v$  に軸を取り直すことで異なる実験条件で行ったデータが「一つの曲線」（ここでは直線だが）に乗ってくる。図1の下段右側では、粘性の低い液体を使うことで、慣性領域を広げることで、式  $r \sim (\gamma R/\rho)^{1/4} t^{1/2}$  が広く成り立つことを示している。この式も  $R_0$  で割って無次元化すると、 $\tau_i = (\rho R_0^3/\gamma)^{1/2}$  を導入して  $R/R_0 \sim (t/\tau_i)^{1/2}$  と書ける。従って、上側の  $R-t$  のグラフが  $R/R_0 - (t/\tau_i)^{1/2}$  と軸を取り直すことでデータが見事に「一つの曲線」上に集合する。

この二つの極限領域におけるネック半径  $r$  が一致したときに両領域の交差が期待できる。この動力学的クロスオーバーは、やや異なった実験系を使って明確に示された。その実験を示したのが図2である。<sup>2)</sup> この実験では水面にある種の油（ドデカン等）を浮かべることで、偽2次元な油の滴をつくった。醤油にラー油を混ぜた時の様子を思い浮かべてもらえばよい。そしてこれらの滴の融合を捉えた

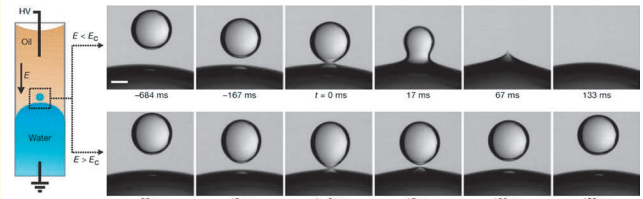


図3 高い電場の下での液中液滴の融合（上段：低電場）と融合抑制（下段：高電場）の様子。左の図は実験の概念図。Macmillan Publishers Ltd.の許可を得て文献3 ©2009より転載。

のだ。その結果、両方の動力学領域がきれいに交差することが図2のグラフのように一つの実験から捉えられた ( $r_{\min}$ ,  $S$ ,  $\eta_0$ ,  $\rho_0$ ,  $\tau$  は、上の  $r$ ,  $\gamma$ ,  $\eta$ ,  $\rho$ ,  $t$  に相当する)。

駆け足でさらに2つの関連研究に触れる。図3の上段に示したのは液中液滴の融合である。水と油を容器の中で相分離させ、水滴を上側の油の相に注入すると、重力によって降下し、やがて、その下にある水の相に出会って融合する。このとき、ある臨界値よりも強い電場をかけることによって水滴の融合が避けられることが示された。通常の融合ではネックが形成されるとその場所での液体圧力が周りよりも低くなり、ますます液体がそこに流れ込むことで融合が進む。しかし、電場をかけると融合時に先端がとがる傾向を持つ (Taylor cone) ため、融合が始まった瞬間にネック内部の液体圧力が高くなる。このため、ネック部分から液体が流れ出し、滴は跳ね返されて融合が抑制される。<sup>3)</sup>

さらに、最近の研究<sup>4)</sup>では、疑2次元の実験系を用いて、動力学的スケールリング法則の次元クロスオーバー、ならびに、同様の電場効果とそれによる自己相似な動力学が示されている。

### 3. おわりに

最後になるが、本稿で触れたのは冒頭に書いた活況のほんの一例にすぎない。本稿をきっかけにして、物理のフロンティアの一つとして、表面張力・粘性・慣性そして重力が織りなす不思議で美しい滴やバブルの動力学に興味を持っていただければ幸いである。

### 参考文献

- 1) D. G. A. L. Aarts, H. N. W. Lekkerkerker, H. Guo, G. H. Wegdam and D. Bonn: Phys. Rev. Lett. **95** (2005) 164503.
- 2) J. C. Burton and P. Taborek: Phys. Rev. Lett. **98** (2007) 224502.
- 3) W. D. Ristenpart, J. C. Bird, A. Belmonte, F. Dollar and H. A. Stone: Nature **461** (2009) 377.
- 4) M. Yokota and K. Okumura: Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A. **108** (2011) 6395.

奥村 剛 (お茶の水女子大学大学院人間文化創成科学研究科 okumura@phys.ocha.ac.jp)

(2013年12月12日原稿受付)